

Wiskunde: niet weg te cijferen

Evenals Plato hechtte Rudolf Steiner grote waarde aan de wiskunde als opvoedingsmiddel voor de ziel. Voor Goethe gold de wiskundige methode als richtsnoer voor zijn fenomenologische onderzoekingen. De wiskunde blijkt niet slechts van betekenis te zijn voor de ontwikkeling van wetenschap en techniek, maar ook voor de spirituele ontwikkeling van de mens, in het bijzonder van zijn denken.

Han de Vries

mathematisch statistisch medewerker, Universiteit Utrecht, afdeling Ethologie en Socio-ecologie

Wiskunde is een niet weg te cijferen factor in onze samenleving. Grote delen van de wetenschap, in het bijzonder de natuurwetenschap, zijn gebaseerd op wiskundige begrippen. We zouden vrijwel al onze technische constructies niet kunnen realiseren als we de hiervoor noodzakelijke wiskundige inzichten niet verworven hadden. Kortom, de wiskunde is een cultuurfactor van belang.

Zou de wiskunde nog iets anders kunnen zijn dan middel om de wereld waarin we leven te kunnen begrijpen en beheersen? Volgens de overlevering stond boven de poort van Plato's academie, in een tijd waarin de doorslaggevende rol die de wiskunde nu speelt in wetenschap en techniek nog niet gevestigd was, het volgende opschrift: Wie onbekend is met de geometrie zal niet door deze poort gaan. Dit was niet omdat Plato toen al het grote belang van wiskunde voor toegepaste wetenschap en techniek wilde benadrukken. Waarom hechtte Plato dan wel zo'n grote betekenis aan de wiskunde en de meetkunde? Plato was niet in toegepaste wiskunde geïnteresseerd, des te meer daarentegen in de zuivere wiskunde. Hij zag daarin een middel ter opvoeding van de ziel. Hij zag in de beoefening van de meetkunde hét hulpmiddel om de gerichtheid van de ziel op het zintuiglijk waarneembare, waar alles aan voortdurende verandering onderhevig is, om te buigen naar het niet-zintuiglijk waarneembare, de wereld van de eeuwige en onveranderlijke ideeën. Het is niet zo dat beoefening van de vier mathematische 'kunsten' rekenkunde, meetkunde, astronomie en harmonieleer alleen al voldoende is om tot het schouwen van ideeën te komen. Wel is het een noodzakelijke voorwaarde om de natuurlijke gerichtheid van de ziel op het wordende, het zintuiglijke, om te buigen naar het zijnde, de idee, en in het bijzonder de idee van het goede. (Zie: Plato, De staat, zevende boek.)

Synthetische en analytische meetkunde

Rudolf Steiner vertelt in Mijn levensweg dat de zintuiglijke wereld voor hem van jongs af aan iets schaduwwachtigs had; ideeën en gedachte-inhouden daarentegen waren voor hem zelfstandig beleefbare zaken. Het koppelen van deze niet-zintuiglijke 'entiteiten' aan zintuiglijk waarneembare dingen kostte hem jarenlang grote moeite. Rudolf Steiner was dus blijkbaar van nature gericht op het niet-zintuiglijk waarneembare, terwijl de voor anderen zo vanzelfsprekend beleefde buitenwereld van afzonderlijke, zintuiglijk waarneembare objecten door hem bewust in verband moest worden gebracht met deze zuiver ideële gedachtewereld. Hij werd zich pas duidelijk bewust van het onderscheid tussen het waarnemen van de zintuiglijke wereld en de bovenzintuiglijke wereld door ervaringen die hij opdeed in de meetkunde. Op de vraag wanneer hij zich voor het eerst bewust werd van dit onderscheid, antwoordde hij: 'Op het moment waarop ik de innerlijke betekenis van de [...] synthetische meetkunde inzag. Op het punt dus dat de overgang gemaakt wordt van de analytische naar de synthetische meetkunde. Deze laatste stelt je in staat om niet slechts op uiterlijke wijze tot [meetkundige] vormen te komen, maar maakt het mogelijk deze vormen in hun wederzijdse betrekkingen te begrijpen; een meetkunde dus die van de vormen uitgaat en niet van de uiterlijke coördinaten. Als we

[een figuur door middel van] ruimtelijke coördinaten construeren, dan hebben we niet de vorm te pakken, maar slechts de uiteinden van de coördinaten die we dan met elkaar verbinden om zo de lijnen te verkrijgen. Maar bij de vorm zelf komen we eigenlijk niet met de analytische meetkunde, terwijl we met de synthetische meetkunde in de vormen leven. Hier krijgen we een aanzet om de zieltoestand te bestuderen die, verder ontwikkeld, er toe leidt in de bovenzinnelijke wereld binnen te dringen.'(1

Met de analytische meetkunde zullen velen wel enigermate bekend zijn, omdat dit vak op de middelbare school onderwezen wordt. Zij is gebaseerd op het inzicht, oorspronkelijk van Descartes, dat de punten waaruit een meetkundige figuur is opgebouwd, weergegeven kunnen worden door de coördinaten van de x- en de y-as, die samen een rechthoekig assenstelsel vormen. De aandacht hierbij is vooral gericht op het rekenen met deze coördinaten (de x- en y-waarden). In de minder bekende synthetische (projectieve) meetkunde daarentegen gaat men uit van meetkundige basiselementen: punten, lijnen, vlakken en hun onderlinge relaties. Vervolgens onderzoekt men hoe verschillende meetkundige vormen tot stand komen door allerlei bewerkingen (transformaties) op deze basiselementen toe te passen. Net zoals Goethes kleurenleer over kleuren en hun onderlinge relaties gaat en deze kleuren niet vervangen worden door ermee corresponderende getallen (golflengtes bijvoorbeeld), zo gaat de synthetische meetkunde over meetkundige vormen en hun onderlinge relaties en worden deze niet vervangen door getalsmatige representaties, zoals juist in de analytische meetkunde gebeurt.

Gezien bovengenoemde meetkundige ervaringen is het te begrijpen dat volgens Rudolf Steiner het beoefenen van wiskunde inzicht kan bieden in helderziend waarnemen en beleven. De activiteit die je uitoefent bij het mathematiseren is volgens hem het toonbeeld voor al datgene wat bereikt kan worden met een bovenzintuiglijk waarnemen.

'Want de wiskunde is simpelweg de eerste tree van de bovenzintuiglijke waarneming.'(2

'Wat helderzien op hogere gebieden is kan ieder mens studeren aan de hand van het mathematiseren.'(3

'Het op de juiste wijze doorzien van de toestand waarin de ziel verkeert tijdens het mathematiseren, leidt ons direct naar het begrip van helderziend ervaren en beleven.'(4

Hiermee wordt dus op een betekenis van de wiskunde gewezen die weliswaar niet zo'n alles doordringende rol in onze huidige cultuur speelt als in wetenschap en techniek, maar die voor de verdere spirituele ontwikkeling van de mens en in het bijzonder van zijn denken van groot belang is. Een boek waarin de actieve beoefening van wiskunde vanuit dit perspectief centraal staat, is *Mathematik und Geisteswissenschaft* van Renatus Ziegler. Doel van dit boek is om met behulp van de hierdoor opgedane ervaringen inzicht te verkrijgen in deze eerste, wiskundige trap van bovenzintuiglijke waarneming als voorbereiding op het bovenzintuiglijk waarnemen van niet-wiskundige gebieden (zie de boekbespreking elders in *Interesse*).

Naast de betekenis die Steiner toekent aan wiskunde als opvoedingsmiddel voor de ziel, als middel om het van de zintuigen losgemaakte denken te oefenen, heeft hij ook wiskundige begrippen en voorstellingen besproken die een hulpmiddel kunnen zijn bij het begrijpen van specifieke geesteswetenschappelijke inhouden. De rol die de wiskunde op die manier kan spelen in de antroposofie laat ik in dit artikel verder buiten beschouwing.

Goethe en de wiskundige methode

Zo verrassend als het is om te vernemen dat Steiner wiskundige activiteit als een voorstadium ziet van helderziende kenvermogens, zo verrassend is het zeker ook om te lezen dat Goethe de wiskundige methode als voorbeeld neemt voor zijn fenomenologische methode. Belangrijker nog dan de resultaten die Goethe bereikt heeft in zijn natuurwetenschappelijke onderzoeken is deze door hem gevolgde fenomenologische methode. Goethe wilde de samenhang, het verbindend patroon, het idee in de fenomenen ontdekken. In de methode die daarbij gevolgd wordt, moet je volgens Goethe tegenover de striktste wiskundige rekenschap kunnen afleggen.

In het opstel *Der Versuch als Vermittler von Objekt und Subjekt* (1792) beschrijft Goethe de door hem gevolgde werkwijze bij zijn onderzoek naar de kleuren. De resultaten van dit onderzoek heeft hij een jaar eerder gepubliceerd onder de titel *Beiträge zur Optik*. Goethe geeft nauwkeurig aan welke werkwijze hij gevolgd heeft:

'Ik heb in de twee eerste delen van mijn *Beiträge zur Optik* gepoogd een rij van experimenten op te stellen die zo dicht mogelijk aan elkaar grenzen en direct met elkaar te maken hebben. Experimenten die, wanneer men ze allemaal precies kent en overziet, als het ware slechts één experiment vormen, slechts één ervaring representeren, onder de meest veelvuldige perspectieven weergegeven.'

'Een dergelijke ervaring, die uit verschillende andere bestaat, is klaarblijkelijk van een hogere soort. Ze stelt de formule voor, waarin ontelbare afzonderlijke rekenvoorbeelden uitgedrukt worden. Ik houd het voor de hoogste plicht van de natuuronderzoeker om in zijn werk te streven naar dergelijke ervaringen van een hogere soort, en in die richting wijst ons ook het voorbeeld van diegenen die op dit vakgebied voortreffelijke prestaties geleverd hebben.'

'Deze bedachtzaamheid om een reeks te vormen waarbij het naaste aan het naaste grenst, of veeleer het naaste uit het naaste wordt afgeleid, moeten we van de wiskundigen leren, en zelfs in die gevallen waar we ons niet bedienen van berekeningen, moeten we altijd zo te werk gaan alsof we aan de strengste meetkundige rekenschap moeten afleggen.'

'Want eigenlijk is het de wiskundige methode die vanwege haar bedachtzaamheid en zuiverheid direct iedere sprong in de bewering aan het licht brengt; en haar bewijzen zijn eigenlijk niets anders dan omstandige uiteenzettingen dat datgene wat als onderling verbonden naar voren wordt gebracht reeds in zijn eenvoudige delen en in zijn gehele opeenvolging aanwezig was, en nu in zijn gehele omvang overzien wordt en onder alle voorwaarden juist en onomstotelijk bevonden is.' (Vertaling HdV).

Het mag verwondering wekken dat Goethe in dit citaat blijkt geeft van de hoogste waardering voor de wiskundige methode. Hij bezat namelijk volgens eigen zeggen totaal geen wiskundige kennis, en stak daarnaast zijn afkeuring over de wijze waarop sommige natuuronderzoekers de wiskunde toepassen niet onder stoelen of banken. Onderscheid maken tussen wiskundige inhoud en wiskundige methode is de sleutel tot het begrijpen van de anders zo tegenstrijdig lijkende uitspraken die Goethe over wiskunde en wiskundigen gedaan heeft. (5 Goethe is van mening dat wiskundige inhouden in het natuurkundig onderzoek alleen daar mogen worden gebruikt waar de verschijnselen dit toestaan of noodzaken, met andere woorden bij die verschijnselen waar kwantiteit de essentie van is. Kwalitatieve fenomenen zoals kleuren representeren door getallen, zoals Newton deed door elke kleur te laten corresponderen met de mate van 'refrangibility' (breking), doet volgens Goethe geen recht aan de verschijnselen zelf. (6 Net zoals in de (synthetische) meetkunde de axioma's, waar alle overige meetkundige stellingen uit kunnen worden afgeleid, niet teruggevoerd worden op iets anders wat buiten de meetkunde zelf ligt, zo wilde Goethe de kleuren niet reduceren tot iets wat buiten de kleuren zelf ligt. In het gebied van de kleurverschijnselen was Goethe op zoek naar het fenomeen dat ideëel herkenbaar is in elk van de afzonderlijke verschijnselen, maar dat steeds, al naar gelang de specifieke omstandigheden, in iets gemodificeerde vorm verschijnt. Een dergelijk fenomeen, dat Goethe eerder een 'ervaring van hogere soort' noemde, noemt hij in zijn *Zur Farbenlehre* (paragraaf 175) een oerfenomeen. Kernachtig verwoordt Goethe wat een oerfenomeen is in het volgende maxime.

Urphänomen

ideal als das letzte Erkennbare,

real als erkannt,

symbolisch, weil es alle Fälle begreift,

identisch mit allen Fällen.

Behalve de ervaringen of fenomenen die door de zintuigen opgedaan worden, gelden ook deze door middel van het denken tot verschijning gebrachte 'ervaringen van hogere soort' als fenomenen. Dergelijke fenomenen vallen voor Goethe niet buiten de natuur maar erbinnen.

In het bekende gesprek van Goethe met Schiller over de oerplant zei hij zelfs dat hij zijn ideeën zag. Wat bedoelde Goethe daarmee? Volgens Steiner 'bedoelde hij - hij heeft het niet zo uitgesproken, maar dit bedoelde hij: Als ik een driehoek teken zijn de drie hoeken vanzelf samen 180 graden; en hoeveel driehoeken ik ook beschouw, dat wat ik in deze ene driehoek innerlijk geconstrueerd heb, dat past op elke driehoek; ik heb dus iets uit mijn innerlijk gewonnen wat volledig op het ervaren past. Op dergelijke wijze wilde Goethe ook een "oerplant" - in zekere zin overeenkomstig aan de "oerdriehoek" - tekenen, en deze oerplant zou een zodanig karakter moeten hebben, dat men haar bij elke afzonderlijke plant kan vinden, wanneer men de gehele plantenreeks doorloopt. In deze zin wilde Goethe de gehele wetenschap inrichten.'⁽⁷⁾

Uit dit citaat blijkt de nauwe verwantschap van de wiskunde met hetgeen Goethe nastreeft in zijn fenomenologische methode. In een essay uit 1921 geeft Ernst Cassirer kernachtig de overeenkomst en het verschil in streven weer tussen de mathematisch fysicus en Goethe. 'Zo streeft ook Goethe van de zintuiglijke ervaring naar een ervaring van hogere soort, zo heeft ook hij als doel om, boven het afzonderlijke en bijzondere uitstijgend, een "formule" voor de natuurverschijnselen te vinden. Maar het onderscheid tussen deze formule en de formule van de wiskundige treedt nu duidelijk aan de dag. De wiskundige formule wil de verschijnselen berekenbaar maken, die van Goethe ze volledig zichtbaar maken.'⁽⁸⁾

Ten slotte, een zeer verhelderend boekje over Goethes verhouding tot de wiskunde, dat vrijwel alle uitspraken van hem over wiskunde en wiskundigen bevat, is: Goethes Ideen zur Mathematik door Renatus Ziegler.

Noten (ga terug met de terugknop van uw browser)

1. **Rudolf Steiner, Die Stellung der Anthroposophie in den Wissenschaften, in: GA 82, p. 41**
2. **Idem, p. 37**
3. **Idem, p. 38**
4. **Idem, p. 40**
5. **Zie voor een opheldering van Goethes schijnbaar tegenstrijdige uitspraken m.b.t. de wiskunde: Renatus Ziegler, Goethes Ideen zur Mathematik, 1993.**
6. **Hetgeen uiteraard niet wil zeggen, dat de relaties tussen deze brekingsgetallen (of later: lichtfrequenties) minder interessant of minder belangrijk zouden zijn.**
7. **Rudolf Steiner, Anthroposophie und Naturwissenschaft, 6 maart 1922; In: Erneuerungs-Impulse für Kultur und Wissenschaft, GA 81, 1994)**
8. **Ernst Cassirer, Goethe und die mathematische Physik, eine erkenntnistheoretische Betrachtung. In: Idee und Gestalt, Berlijn, 1924, 2e uitgave, p. 33-80.**

Artikel uit: **Motief, maandblad voor antroposofie** - nr. 35, november 2000
© Antroposofische Vereniging in Nederland
www.antroposofie.nl